أولاً: السؤال الأول:

$Z_1 = 2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i}\left(\cos\frac{3\pi}{10} + i\sin\frac{3\pi}{10}\right)$ 10

$= 2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i} e^{\frac{3\pi}{10}i} = 2\sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{20}i}$ 5+5

$Z_2 = \frac{\sqrt{2}\, e^{\pi i} e^{\frac{\pi}{3}i}}{\sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{4}i}} = e^{\frac{13\pi}{12}i}$ 10+10

السؤال الثاني:

① عند $+\infty$: $+\infty - \infty$ عدم تعيين

$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2+3}-x)(\sqrt{x^2+3}+x)}{(\sqrt{x^2+3}+x)}$ 10

$= \frac{x^2+3-x^2}{\sqrt{x^2+3}+x} = \frac{3}{\sqrt{x^2+3}+x}$ 5

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ 5

② نستعمل $x-1 < E(x) \leq x$ 5

عند $+\infty$ $x>0$ $\frac{x-1}{x} < \frac{E(x)}{x} \leq 1$ 5

$\frac{x-1}{x} - 1 < \frac{E(x)}{x} - 1 \leq 0$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x-1}{x} - 1 = 0$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{E(x)}{x} - 1 = 0$ حسب الحاصرة 5

ومنه حسب الحاصرة

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ 5

السؤال الثالث:

$\Delta = b^2 - 4ac = (1+3i)^2 - 4(-4+3i)$

$= 1 + 6i - 9 + 16 - 12i$ 15

$= 8 - 6i$

a b

نفرض $\sqrt{\Delta} = x+iy$ ومنه

① $x^2 + y^2 = 10$

② $x^2 - y^2 = 8$

③ $xy = -3$

بجمع ① و ② $\leftarrow 2x^2 = 18$ $x^2 = 9$ 15

ومنه $x = 3$ من ③ $y = -1$

$\sqrt{\Delta} = 3 - i$

المعادلة حلان عقديان مختلفان

$Z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ 2

$Z_1 = \frac{1+3i+3-i}{2} \rightarrow Z_1 = 2+i$ 4

$Z_2 = \frac{1+3i-3+i}{2} \rightarrow Z_2 = -1+2i$ 4

السؤال الرابع:

$f(0) = 0$

$D_f = \mathbb{R}^*$; $H = \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ نشكل

$= x\cos\frac{1}{x}$ 10

$-1 \leq \cos\frac{1}{x} \leq 1$ نضرب بـ x 10

$x>0$ من اليمين $-x \leq x\cos\frac{1}{x} \leq x$

$\lim_{x\to0^+} -x = 0$, $\lim_{x\to0^+} x = 0$ 5

$\lim_{x\to0^+} H = 0$ حسب الحاصرة 10

f اشتقاقي عند (0) من اليمين. 5

ثانياً: التمرين الأول:

① $A(0,0,0)$, $B(1,0,0)$

$C(1,1,0)$, $D(0,1,0)$, $S(0,0,1)$ 2×5

$I(1, \frac{1}{2}, 0)$

$G(0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

$O(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ 4×5

$K(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5})$

$L(\frac{2}{3}, 0, 0)$

② $\vec{IG}(-1, -\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$ 5

$\vec{IK}(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{1}{5})$ 5

$\frac{-1}{-\frac{3}{5}} = \frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{1}{10}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{3}$

المركبات متناسبة

النقاط I, G, K على استقامة واحدة. 10

③ $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} \\ -\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \\ -\beta \end{pmatrix}$ 10

$\frac{2}{3} = \frac{\alpha}{2}$ ①

$-\frac{1}{3} = \frac{\alpha}{2} + \beta$ ②

$-\frac{1}{3} = -\alpha - \beta$ ③ 5

من ① $\alpha = \frac{4}{3}$

من ② $\beta = -1$

③ محققة .

ومنه $\vec{GI} = \frac{4}{3}\vec{SO} - \vec{SA}$

فالنقطة مرتبطة خطيا مع النقطتين ثابتة

مستقر دائما

التمرين الثاني :

① $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ ①

② $f(0) = 0$ ②

نشكل $H = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ $D_H = \mathbb{R}^*$

$= \frac{x^2 + |x|}{x(x^2+1)}$

عندما $x < 0$; $H = \frac{x^2 - x}{x(x^2+1)}$

$= \frac{x-1}{x^2+1}$; $\lim\limits_{x \to 0^-} H = -1$

عندما $x > 0$; $H = \frac{x^2 + x}{x(x^2+1)}$

$= \frac{x+1}{x(x^2+1)}$; $\lim\limits_{x \to 0^+} H = 1$

$\lim\limits_{x \to 0^-} H \neq \lim\limits_{x \to 0^+} H$

f لا يقبل الاشتقاق عند (0) وتكون

يقبل " من اليمين

" " " اليسار .

③ نقطة التماس $(0,0)$

ميل ا مماسة

$y = x$ إذا $x \geq 0$

التمرين الثالث :

① نفرض قضية $E(n)$ أن $U_n = 2 + (-1)^n$

1) نثبت $E(1)$; $U_1 = U_0 = 3$

$U_2 = 2 + (-1)^0 = 3 = U_1$ (محققة)

2) نفرض $E(n)$ محققة أي

$U_n = 2 + (-1)^n$ (*)

3) نثبت $E(n+1)$ أي $U_{n+1} = 2 + (-1)^{n+1}$

$U_{n+1} = -U_n + 4 = -(2 + (-1)^n) + 4$

$= 2 + (-1)^{n+1} = U_{n+1}$

محققة ; أيا كان العدد الطبيعي n ،

$U_n = 2 + (-1)^n$

② $V_n = U_n - 2$

$= (-1)^n$

عدد ثابت -1 ; $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{(-1)^{n+1}}{(-1)^n}$

فالمتتالية V_n هندسية أساسها $q = -1$

③ $S = V_0 \frac{1 - q^m}{1 - q}$

$V_0 = 1$, $q = -1$, $m = 7 - 0 + 1 = 8$

$S = 1 \frac{1 - (-1)^8}{1 - (-1)} = \frac{1-1}{2} = 0$

التمرين الرابع :

① $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{-12 + 4i}{-24 + 8i} = \frac{1}{2}$

$\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = 0$

$(\vec{AC}, \vec{AB}) = 0$

النقاط مرتبطة خطيا فالمثلث

استقامية ،

② $\frac{z_D - z_O}{z_A - z_O} = \frac{1 + 6i}{6 - i} = i$

نأخذ الطويلة

$\frac{|z_D - z_O|}{|z_A - z_O|} = |i| \rightarrow \frac{OD}{OA} = 1$

$OD = OA$

نأخذ الزاوية $\arg\left(\frac{z_D - z_O}{z_A - z_O}\right) = \arg i$

$(\vec{OA}, \vec{OD}) = \frac{\pi}{2}$

فالمثلث OAD قائم في O ومتساوي الساقين ،

③ $\vec{DN} = \vec{OA}$

$z_{\vec{DN}} = z_{\vec{OA}} \rightarrow n - d = a - 0$

$n = a + d$

$n = 7 + 5i$

تمرين ١ : المسألة الأولى

① $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DJ} = \vec{AJ}$

و منه M تنطبق على J

$\vec{DN} = \vec{DC} + \vec{CG} + \vec{GK} = \vec{DK}$

و منه N تنطبق على K .

② $A(0,0,0)$ ، $B(2,0,0)$، $C(2,2,0)$

$D(0,2,0)$، $E(0,0,2)$، $F(2,0,2)$

$H(0,2,2)$ ، $G(2,2,2)$

$J(1,2,1)$ ، $K(2,1,2)$

③ نفرض $I(x,0,0)$

$KI^2 = JI^2 \rightarrow (x-2)^2+1+4 = (x-1)^2+4+1$

$(x-2)^2 = (x-1)^2 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

و منه $I(\frac{3}{2},0,0)$

④ مركز الكرة O هو منتصف [AG]

$\Rightarrow O(1,1,1)$

و نصف قطرها $R = \frac{AG}{2} = \sqrt{3}$

و معادلة الكرة

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 3$

⑤ $x^2 + y^2 = 5$

و $0 \leqslant z \leqslant 2$

في المثلث القائم EFK و حسب مبرهنة فيثاغورث $EK = \sqrt{5}$

و بما أن نصف قطر قاعدة الأسطوانة $\sqrt{5}$ فهي تشمل القاعدة العليا للاسطوانة إذن K نقطة من الأسطوانة.

المسألة الثانية

① $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

② لدينا $f(x) = x - 3 + \frac{1}{x}$

ليكن Δ المقارب المائل : $\Delta : y = x - 3$

عندئذ

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_\Delta) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$

$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - y_\Delta) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$

Δ مقارب مائل لـ C_f في جوار $+\infty$ و في جوار $-\infty$.

$D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

③ f تعرف و تستمر و تناقصي على كل من المجالين

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{(2x-3)x - 1(x^2-3x+1)}{x^2}$

$= \frac{2x^2 - 3x - x^2 + 3x - 1}{x^2}$

$f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$

إما $x = -1 \Rightarrow f(-1) = -5$

أو $x = +1 \Rightarrow f(+1) = -1$

x	$-\infty$		-1		0		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$f(-1) = -5$ قيمة كبرى محلية

$f(1) = -1$ قيمة صغرى محلية

4) $x = 2$ ، $y_0 = f(2) = \frac{1}{2}$

نقطة التماس $(2, -\frac{1}{2})$

$m = f'(2) = \frac{3}{4}$

معادلة المماس: $(y - y_0) = m(x - x_0)$

$y + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}(x - 2)$

5) $u_n = \frac{n^2 - 3n + 1}{n}$

نأخذ الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$

بما أن f متزايدة في المجال $[1, +\infty[$

فإن المتتالية متزايدة تماماً.